

利用信息扩散确定广告活动的最佳持续时间

Eyüp Çetin 著

张方圆 丁俊杰 吴正鹏 译

摘要:根据建立的数学模型的信息在社会群体中的扩散情况,可以用来确定广告活动的最佳持续时间。作为一项准备,信息的扩散被优化了。令人惊讶的是,信息扩散的最佳时间与特定人群无关。设计了所建立模型的一个假想算例,并利用电子表格工具求解。首先通过蒙特卡罗模拟得到了扩散系数,而不是通过经典的微分方程求解得到。所建立的模型以总利润为目标函数,分别对无约束优化模型以及整数非线性规划模型进行求解。一场广告活动的最佳持续时间取决于扩散系数、人口规模、单位时间内的广告成本、单位价格以及贴现率。贴现曲线与目标函数的增长率曲线相交的点的值就是广告活动的最佳持续时间。结果还发现随着贴现率的增加,最佳持续时间缩短。

关键词:信息扩散的优化;贴现;蒙特卡罗模拟;整数规划;电子表格建模

中图分类号:F713.8 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-5443(2021)04-0086-11

一、文献综述

在过去的几十年里,很多学者对广告活动相关内容已经有了一些研究。研究中重要的是确定在一个最优的框架内一场广告活动需要进行多长时间。换句话说,一场广告活动的最佳持续时间应该是多少。本文站在纯数学的角度来分析并尝试回答这个问题。先前的不同的研究从不同的角度理解与分析广告活动这一主题。下面介绍一些学者针对此问题的不同的研究方法。

Arsham 和 Dianich 考虑建立消费者行为模型,该模型包括一场有限广告活动的持续时间以及一个二次利润函数,并且以此模型代表广告效果的衡量标准。^[1]这个模型将最佳的动态广告策略问题确定为最优控制问题。众所周知,开展一场广告活动的方式和时间也同样重要。Balakrishnan 和 Hall 提出并建立一个分析模型,该模型用于确定一个长期的广告活动的最佳插入时间模式,这个长期的广告活动是由多个有着不同开展方式的小型广告活动组成的。^[2]实际上,一则广告可以被视为一种投资。Danaher 和 Rust 接受了广告是一种投资这个观点,并提出一个用于计算媒体投放广告的投资水平的简单公式,该公式使投资的回报最大化。^[3]Arsham 最大化了贴现利润函数,该函数包括一场有限活动持续时间内销售量的不确定性。^[4]

一些学者研究广告活动与消费者数量之间的关系。例如,Belenky 和 Nistraman Consulting 在一些自然的假设下,优化了若干潜在的平均值,潜在的消费者是指会因为一场广告活动而购买做广告的商品或者服务的消费者。^[5]此外,Belenky 和 Belenkii 还给出对应于某些变量的 Belenky 非线性规划模型的推广。^[6]

广告活动有几个目的,例如认知、态度以及销售量^[7]。实际上,认知是一场广告活动的核心理念。人们的行为受到它们可以获得的的信息的影响^[8]。很明显的是目标群体的认知水平越高,销售量就越大。认知的能力直接与产品信息的扩散相关。在本文中定义的产品(商品或者服务)信息为:哪里有可以获得的产品,然后在一个特定地区购买该产品的信息。在这一点上,扩散理论起着重要

作用。

本文建立了一个数学模型,该模型利用给定社会群体中信息的扩散来确定一场广告活动的最佳持续时间。该模型包括总的收入,总收入是时间的函数,广告成本的固定现金流以及与时间无关的所有其他附加成本。

二、信息的扩散

扩散理论已经被应用于各种各样的研究领域,例如教育学、农村社会学、人类学以及市场营销。在扩散理论中,扩散要素模型、创新属性模型和采用阶段模型是主要的模型。从扩散要素模型的观点来看,其有四个要素:创新、传播渠道、社会系统以及时间。创新的属性解释了可能影响接受或拒绝的一些特性。采用的阶段包括认知、试用和接受三个主要的阶段。事实上,一个人对于创新的认知是模型的一个重要组成部分。在扩散过程中,一个人认知一项创新,并将这种认知传达给其他的一些人。依此类推,当这项创新被传播或者扩散时,接受传达的人也会反过来传达这种认知^[9]。

虽然扩散研究主要集中在技术创新的扩散上,但是创新也包含一些新的想法。因此,人们很自然地把一些普通的信息接收为创新的信息。为了将扩散理论应用于创新的信息,有必要对该理论中创新的定义进行适当的修改,将普通的信息也包含在创新的定义内^[9]。

一些研究人员发现,在认知阶段,大众媒体对创新品的曝光是促使人们接受创新的一个因素^[9]。大众媒体可以极大地协助扩散的过程^[10]。例如,在一场针对糖尿病患者的步行运动中,为了招募志愿者,通过在当地媒体上刊登广告来招募组织步行活动的领头人^[11]。文献研究发现,大众媒体活动还能有效地向年轻人传递传播性疾病的干预信息^[12]。相比之下,在一项关于工作信息扩散的研究中,发现人际交流的传播方式比大众媒体的传播方式能发挥更大的作用^[9]。事实上,可以将这两个主要的因素融合在一起。因此信息的扩散和作为一种广告工具的大众媒体可以被结合在一个广告活动的模型中。作为显示信息与销售量之间关系的一个例子,Tonks指出,客户对信息的需求显示为产品总销售额的一条S型扩散曲线^[13]。

对于各种媒体工具,不同的目标和不同的群体有着不同的偏好。例如,相比于其他媒体,喜欢看报纸的人数往往更多,尤其是在本地广告或者零售广告的信息量衡量标准上。电视媒体在全国的广告^[14]和新产品信息^[15]的信息量表中排名更高。Oskam和Hudson发现了农村人群对媒体的偏好^[10]。根据调查结果显示,大多数受访者从电视媒体中获取日常的新闻和信息,其次是从报纸、收音机以及杂志中获取信息,然而,大多数受访者通过看报纸接收大部分日常的广告信息,其次通过电视媒体和收音机。

一场广告活动应该由广告专家和行为科学专家来设计。向公众提供信息的方式应该与已有的习惯和模式相兼容。由此得到的结论是,实验心理学家在解决向公众传播信息的实际问题中确实发挥了作用^[16]。

Sznadj-Weller和Weller建立了一个模型,该模型基于统计物理学在市场营销中的应用,在伊辛自旋模型的基础上描述了意见在客户之间的传播^[17]。Thompson提出了一个确定性的模型,用于研究一个不断被移民所取代的群体中的信息扩散^[18]。Karmessu建议研究特定社会群体中关于信息扩散的随机模型中的时滞效应。基本的信息扩散模型如下^[19]。

在一个社会群体 P 中,任意信息在时间 t 时的扩散率为

$$\frac{dN(t)}{dt} = k(P - N)$$

其中 N 为知晓特定信息的人数, k 为扩散系数, k 是社会群体特有的,并且可以从类似的历史观察中获得。通过求解上述微分方程,得到在任意时间 t 知晓特定信息的人数为 $N(t) = P(1 - e^{-kt})$ ^[20]。

三、信息扩散的最优化

预计将在特定社会群体中最大限度地扩散任何肯定性的信息。换句话说,在特定的社会群体中最大限度地增加知晓任何肯定性信息的人数是合理的。为了优化,需要取贴现率 r 。因此,函数 $N(t)$ 的现值可以通过不断地贴现用下式计算

$$A(t) = N(t) \cdot e^{-rt} = P(1 - e^{-kt})e^{-rt}$$

在此框架下,优化的必要性条件为 $dA/dt = 0$ 。然后对等式两边都取自然对数得到

$$\ln A(t) = \ln P + \ln(1 - e^{-kt}) + \ln e^{-rt}$$

通过对必要性条件进行微分,我们得到

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{ke^{-kt}}{1 - e^{-kt}} - r$$

$$\frac{dA}{dt} = A \left(\frac{ke^{-kt}}{1 - e^{-kt}} - r \right) = 0$$

如果 $A \neq 0$,那么

$$\frac{ke^{-kt}}{1 - e^{-kt}} - r = 0 \Rightarrow ke^{-kt} + re^{-kt} = r \Rightarrow e^{-kt} = \frac{r}{k+r} \Rightarrow t \Rightarrow -\frac{1}{k} \ln \frac{r}{k+r}$$

对于优化的充分条件,可以看出 $A''(t) < 0$ 。因此, t 是函数的最大值点。这个 t 值就是信息扩散的最佳时间。也就是说,此时知晓特定信息的人数最多。可以看出,最佳时间取决于扩散系数 k 和贴现率 r 。有趣的是,最佳时间点与特定群体 P 无关。这里的贴现率 r 可以解释为从特定信息的扩散的过程中获得的货币值的利率。信息扩散的最佳时间是决策者可以自由地利用贴现率或信息扩散过程的时间。

四、建立模型

我们假设针对目标人群(一个特定地区的人群)的特定产品类型(商品或服务)的一场广告活动在时间 $t = 0$ 开始。另外,假设公司以固定的现金流(a)花费在做广告上,例如,地方电视台、广播、印刷品等,公司的总成本(C),包括所有希望出售的产品的总购买成本和与时间无关的任何其他成本。在这里还假设,该地区从广告中获得产品的信息并决定购买该产品的人数以信息的扩散过程为模型,并假设公司有足够多的产品来满足供应需求。在这些假设下,需要最大化的目标函数可以定义为

$$\text{总利润现值} = \text{总收入现值} - \text{广告成本净现值} - C$$

设 α 为销售一件产品的价格, P 为开展广告活动的地区的人群, N 为广告活动期间售出的产品数量, r 为贴现率, k 为该地区人口的扩散系数, t 为时间单位(例如,每天),设 $t \geq 0$, t 为最佳时间,即这场广告活动的最佳持续时间, $R(t)$ 为在时间 t 时的总收入。

t 时的总收入为 $R(t) = \alpha N(t) = \alpha P(1 - e^{-kt})$,然后通过连续贴现得到总收入的现值 $A(t) = R(t)e^{-rt}$ 。由于公司以固定现金流作为广告成本(取决于时间 t),我们用与文献^[21]中相同的连续贴现率来计算包括 t 时的广告成本在内的广告成本的净现值

$$\int_0^t ae^{-rt} dt = \frac{a}{r}(1 - e^{-rt})$$

根据上述的分析,目标函数变为

$$\max \pi(t) = R(t)e^{-rt} - \frac{a}{r}(1 - e^{-rt}) - C$$

即

$$\max \pi(t) = \left[R(t) + \frac{a}{r} \right] e^{-rt} - \frac{a}{r} - C$$

通过对 t 进行微分,得到必要性条件

$$\pi'(t) = R'(t)e^{-rt} - r \left[R(t) + \frac{a}{r} \right] e^{-rt}$$

$$\pi'(t) = [R'(t) - rR(t) - a] e^{-rt}$$

当且仅当 $R'(t) - rR(t) - a = 0$ 时,上述表达式等于 0。即此时 $R'(t) = rR(t) + a$ 。通过计算,我们得到时间 t 。

$$\alpha k P e^{-kt} = r \alpha P (1 - e^{-kt}) + a$$

$$\alpha k P e^{-kt} + r \alpha P e^{-kt} = r \alpha P + a$$

$$e^{-kt} = \frac{r \alpha P + a}{\alpha P (k + r)} \Rightarrow$$

$$\ln e^{-kt} = \ln \frac{r \alpha P + a}{\alpha P (k + r)} \Rightarrow$$

$$t = -\frac{1}{k} \ln \frac{r \alpha P + a}{\alpha P (k + r)}$$

通过检查充分性条件,可以很显得到 $\pi'' < 0$,因此, t 是总利润函数的最大值点。也就是说,使总利润达到最大的广告活动的最佳持续时间为 t 。如果持续时间超过了这个时间,相对于贴现率,总利润随着时间的推移而减少。因此,在这个时间点之后还继续进行广告宣传活动是不合理的。虽然信息扩散的最佳持续时间与群体 P 无关,但是最佳持续时间的取值依赖于上述的 k 、 r 、 α 、 a 以及 P 这些参数。

在本文中,最佳持续时间的值指的是销售产品可能获得的收益利润率曲线与目标函数的增长率曲线相交的点。也就是说,当目标函数的增长率降至利率(贴现率)以下时,广告活动必须立即结束。没有贴现的目标函数的增长率为 $r_{\pi} = \pi'(t)/\pi(t)$ ^[21]。一个典型的目标函数(有贴现)、目标函数(没有贴现)的增长率曲线和最佳持续时间如图 1 所示。

通过一些统计过程或模拟技术,可以根据之前的相似活动的数据来估计一个地区的人口扩散系数。另一种方法是,当其他参数已知时,可以通过求解 k 的信息扩散微分方程得到扩散系数。众所周知,广告活动会影响扩散系数。其加快了新产品信息在某个特定地区的扩散。与系数无关,因为系数将从上一次类似的活动中的被估计出来。由于相同的结果,任意移动到特定区域(移民)内部和外部都不会对估计扩散系数造成影响。

该模型是一个无约束的优化模型。这个问题的解可能会得到一个不是整数的最佳时间。但是我们通常希望能得到一个整数解。在这种情况下,对同一个目标函数增加一个时间变量为整数的约束条件。使该模型变为一个整数非线性规划模型,且该模型可以利用任何非线性规划软件求解。

另一种建模方法: α 可以表示那些知晓特定产品的人群,即公司的平均货币增值, N 可以表示特

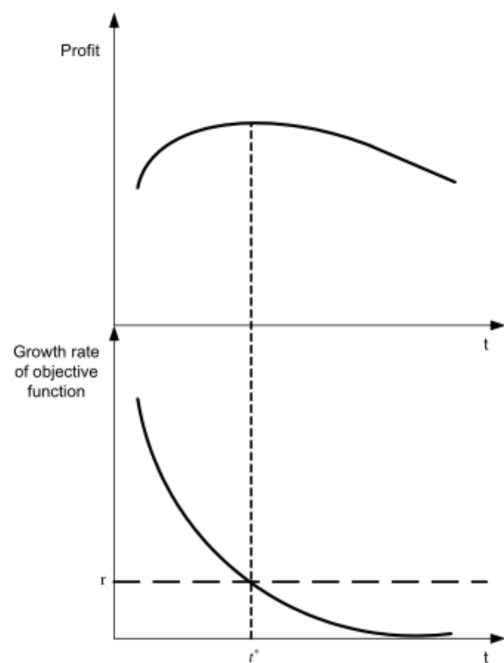


图 1 最佳时间

定地区内通过广告获得该产品信息的人数。

五、举例说明

假设一个应用程序如下:有一家公司想要举办一场广告活动,分别将广告发布和刊登在当地的电视台、广播以及报纸平台上,在一个拥有 10000 人口的小镇上,该公司每天固定支出 30 美元用作广告费。该公司计划将每个产品的价格定为 1 美元。并且假设该公司有足够多的产品来满足消费者的购买需求。该公司采购所有产品花费的总成本为 150 美元。该公司从上一次为期 10 天的类似活动中发现:活动阶段内售出的产品数量呈正态分布,其平均值为 729.82,标准差为 237.28(按升序排列)。如果每天的利率为 0.1,现在的问题是根据天数来确定广告活动的最佳持续时间。并且考虑在相同条件下,广告活动的最佳持续时间的整数值是多少?

首先,我们应该估计城镇居民的扩散系数。从上一次类似的广告活动中得知,一天内售出的产品数量是呈正态分布的,即以 $N(729.82, 237.82)$ 分布的。我们使用蒙特卡罗模拟来预测城镇居民的扩散系数。该模拟是利用电子表格工具实现的,借助于 MS Excel 的模拟插件@Risk 4.5。建立模型如下:首先,利用 MS Excel 的函数为每天生成分布为 $N(729.82, 237.82)$ 的随机数,共 10 个。然后,由于信息扩散的性质(曲线),将这些正态分布的随机变量按升序排序,并与从第 1 天到第 10 天相关联。输入公式 RiskNormal(729.82, 237.28),得到 10000 次运行的随机数。对每个随机数计算 N 、 t 以及 k 值,即计算 10000 次。经过 10000 次运行(这需要几秒钟的时间),我们得到一个带有标准偏差的平均 k 值。该模拟得到平均扩散系数为 $k = 0.3115$,标准偏差为 $r = 0.1489$ 。再使用不加@Risk 插件的经典 MS Excel 工具进行相同的模拟,结果显示平均 k 值与使用@Risk 插件的模型运行得到的值基本相同。模拟得到的模型及部分统计结果见表 1。通过模拟技术而不是微分方程求解,可以得到扩散系数的平均值、标准差以及期望系数的一些置信区间。

表 1 最优化与蒙特卡罗模拟模型

估计 k 并得到最佳时间			模拟输入数据	
			天(t)	N
扩散系数(k)	0.3115		1	358
贴现率(r)	0.01		2	612
最佳时间(t*)	4.446		3	694
群体(P)	10000		4	721
销售产品的数量(N)	7496.58		5	791
采购成本(C)	150		6	830
每天的广告支出(a)	30		7	845
价格(alpha)	1		8	878
总收入	7496.58		9	1136
总支出	2948.34		10	1276
总利润(目标)	4548.24		总计	1276
N 的分布	$N(729.82, 237.28)$			

续表

通过@ Risk 模拟				
Replication	Random # for N	t	k	
1	729.82	4	0.212	
从模拟中得到的 k 的概括性度量				
平均值	0.3115		k 的 95%置信区间	
标准差	0.1489		下限	0.3086
最小值	0.1456		上限	0.3144
最大值	0.8118			

另一种建模方法也是值得注意的:当 α 作为知晓信息的人意味着公司的货币增值时, N 可以作为知晓信息的人的数量。在这种情况下,售出的产品数量等价于为公司增加价值的人数。

接下来计算广告活动的最佳持续时间。根据上面推导出的最佳持续时间公式,代入数据,计算这场广告活动的最佳持续时间为

$$t = -\frac{1}{k} \ln \frac{r\alpha P + a}{\alpha P(k+r)} = \frac{1}{0.3115} \ln \frac{0.1 \times 1 \times 10000 + 30}{1 \times 10000 \times (0.3115 + 0.1)} = 4.446$$

总收入,即售出的产品数量(售价为 1 美元每件)为 7496.58 美元,广告活动期间的总成本为 2948.34 美元,目标函数值,即总利润为 4548.24 美元。利用 MS Excel 的求解工具求解也可以得到相同的结果。结果如表 1 所示。能获得的最大利润就是我们想要得到的最优总利润。广告活动超过最佳持续时间以后,利润往往会减少。因此,这场广告活动应该只持续 4.446 天。图 2 和图 3 分别显示了时间与目标函数(有贴现过程)的曲线以及时间与目标函数增长率(没有贴现过程)的曲线。利率曲线与目标函数的增长率曲线在最佳时间点(即, $t=4.446$)处相交。

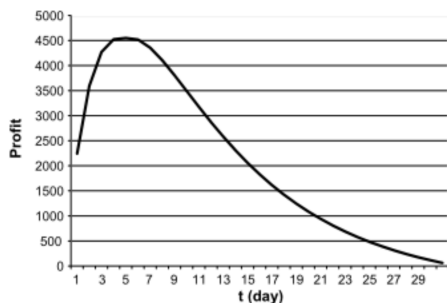


图 2 目标函数

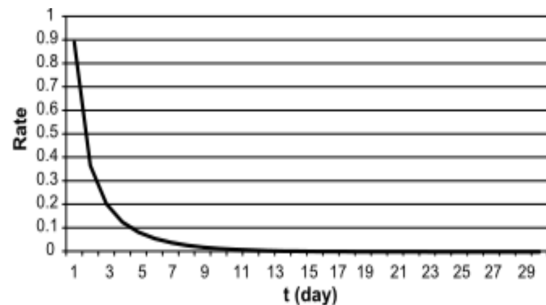


图 3 目标函数的增长率

算例的第二个部分是求解广告活动的最佳持续时间的整数值。此时这个问题变为一个整数非线性规划模型问题,可以表示为:

$$\begin{aligned} \max \quad & \pi(t) \\ \text{s. t.} \quad & t \text{ 为整数} \end{aligned}$$

利用 MS Excel 的求解器对该整数规划问题进行求解,MS Excel 的求解器是很强大的优化工具。也可以使用其他非线性编程软件进行求解。通过求解,得到了最优的解决方案:广告活动的最佳持续时间为 4 天。根据得到的整数解,这场广告活动必须在第 4 天结束。如果采用这个方案,预计该公司的总收入为 7123.47 美元,总利润为 4526.10 美元,总成本为 2597.37 美元。由于广告活动的

持续时间较短,总收入、总成本和总利润均低于前一种非整数模型。由于在通常情况下,一般要求广告活动的持续时间为整数,因此,第二种方案为真实的商业圈提供了一个更为实际的且更为有用的方案。

六、结论

本文在一个最优的框架内,利用特定社会群体中的信息的扩散,对一场广告活动进行建模。即根据信息的扩散来确定一场广告活动的最佳持续时间。

本文的一个重要拓展是利用贴现率优化信息的扩散过程。由于信息的扩散过程是一个随时间变化的连续过程,因此采用连续贴现的方式进行计算。建立的模型使用固定的广告成本现金流,但是也可以使用递减的时间的现金流函数。一场广告活动的最佳持续时间取决于前面定义的 k 、 r 、 α 、 a 以及 P 这些参数。我们想要得到的最佳持续时间为目标函数的贴现率曲线与其增长率曲线的交点的值。且随着贴现率的增加,最佳持续时间缩短。

另一个值得注意的拓展是利用蒙特卡罗模拟的方法来估计扩散系数,而不是利用经典的微分方程求解得到扩散系数。同时发现在模拟模型中使用一些过去的概率分布是可行的。此外,还得到了扩散系数的标准差和置信区间。同时表明利用电子表格建模的方法对于求解模拟模型以及整数非线性规划模型的问题是很实用和有用的。

本文建立的模型包括了两种类型的成本:一种是作为时间的函数的广告成本,另一种是与时间无关的其他所有成本。假设这里不存在额外的成本。此外,作为进一步研究的主题,任何类型的成本以及收入都可以用类似的方式包括在模型中。

未来研究的另一个主题可以是确定针对某类目标人群的一场广告活动的最佳持续时间,该目标人群是具有不同扩散系数的不同人群的组合。

译后

随着科学技术的进步以及时代的更新迭代,如今广告的类型愈加丰富,内容形式也愈加多样,广告已经成功地渗透在我们日常生活的方方面面。然而无论时代如何变化,毋庸置疑的是,广告行业与广告学术研究从未停止它前进的脚步,其一直在不断地创新发展。与国外的学术论文相比,国内虽然也有一些利用数理方法、定量方法等方法对广告进行学术研究的文章,但是几乎没有利用纯粹的数学方法来研究以广告为主题的、解决广告领域相关问题的论文。以往国内在广告领域的研究中,大部分学者通过定性分析的方法,以他们作为广告活动的参与者、广告运作的决策者以及广告政策的制定者的经验与判断,从参与者与决策者的视角出发,去研究广告效果、广告设计、广告创意、广告投放、市场营销以及品牌形象等方面的广告问题,鲜有论文以纯数学的视角对广告领域的问题进行研究。而国外的学者在20世纪末就开始把数学方法带入到广告问题中,利用纯数学的方法进行研究,并发表了很多优秀的论文。因此,译者本着学习的态度,经与原作者沟通并征得授权后,研读并翻译了这篇论文,将其译为中文刊发,旨在把论文中用到的方法以及作者对此问题独到的思想见解介绍给更多的读者朋友,目的在于表明广告领域的很多问题也可以利用纯粹的数学方法与模型进行求解。

同时需要说明的是,除了这篇论文之外,还有很多国外的学术论文,也是从数学的角度出发,把广告领域的相关问题量化,借助数学工具建模求解。值得注意的是,这些论文都有一个共同点,即都是以大量的数学公式支撑起论文的主要框架,用准确的、具体的、科学的数字作为其研究内容的技术支持,从而使得原本复杂的问题变得更加清晰明了,同时也从和以往不同的角度为问题的解决提供了另一种不同的思路。Grosset和Viscolani利用Nerlove-Arrow广告模型的框架,提出了一种在同质市场中为产品做广告模型^[22]。并假设持续的外部干扰作为一个负面因素会对商誉产生附加作用,

他们考虑一个分段线性的需求函数,提出了一个具有无限时域的非光滑最优控制问题,最终得到了一个最优的广告策略。Favaretto 等人研究了在一个细分的市场中,使用不同的媒体为某一社交活动做广告的问题^[23]。在假设广告对商誉演化的加性影响和需求是商誉的凹函数的条件下,将此问题描述为最优控制问题,建立了一场娱乐活动的门票销售利润最大化的最优控制问题。证明了最优解的存在性,并利用庞特里亚金极大值原理(Pontryagin's maximum principle, PMP)对其进行了刻画。Grosset 和 Viscolani 将动态广告模式和疫苗接种活动联系起来,利用动态广告模型理论来解决疫苗接种问题,引入了一个关于未接种疫苗的人数服从线性微分方程的动态模型,从数学的角度研究了一类可变最终时间的最优控制问题^[24]。有的文献从数学的角度,陈述和分析一个纯状态约束的最优控制问题,利用一种来自动态广告模型理论的新方法来提高疫苗接种覆盖率^[25]。

接下来,将分别从翻译这篇论文的动因及意义、大数据背景下研究传统广告的必要性和数学方法与广告领域相关问题的交叉融合以及计算广告在国内的发展空间这四个方面做进一步的说明。

第一,翻译的这篇论文有其创新性。论文以信息扩散理论的相关内容为基础,借助数学公式作为工具,利用数学的方法建立模型,最后得到了开展一场广告活动的最佳持续时间。本研究建立了一个纯数学模型,作者根据信息在特定社会群体中的扩散情况,从而确定开展一场广告活动的最佳持续时间。作者还设计了一个假想算例,并利用所建立的模型进行求解。首先,通过蒙特卡罗模拟得到了重要的参数——扩散系数,然后建立了以总利润为目标函数的优化模型,模型要求总利润最大化,先求解无约束的优化模型,得到了广告活动的最佳持续时间(不是整数值)。此后又结合实际,考虑到日常生活中的广告活动,一般需要对广告活动的持续时间取整数值,因此对原模型进行改进,在原优化模型中加入了时间为整数的约束,对此整数非线性规划模型进行求解,得到一场广告活动最佳持续时间的整数解。在这篇文章的结论部分,作者也清晰地给出了文章的不足与今后研究的方向。论文目前建立的模型包括了两种类型的成本,分别是与时间有关的广告成本以及与时间无关的其他所有成本,并假设不存在额外的成本。因此作为进一步研究的主题,可以在模型中加入任何类型的成本以及收入。而未来的研究方向是确定针对某类目标人群(具有不同扩散系数的不同人群的组合)的一场广告活动的最佳持续时间。

在以往的分析中,广告,作为一个过去在人们的印象里偏文科和营销应用的一个学科,学者们的研究更多地集中在广告创意作品、广告策划思路以及广告营销方案之类的问题。在这样的类似于社会科学领域,或者是人文科学领域中的一些问题,缺乏精准与量化的内容。虽然在判定广告效果、进行广告投放的过程中也有一些数据支持,但是从总体上来看,更多的研究是凭借从业者的创意与以往的相关经验,自然这些方法都很难进行量化分析。但是通过这样一篇论文,我们想让更多的学者知道其实广告当中的许多问题是可以非常严谨的数学思维和数学方法来恒定的。对于一个广告公司来说,广告活动的策划无疑是非常重要的。如何在广告费用支出最少的情况下达到最好的广告效果应该是每家广告公司都想知道的答案。众所周知,一场广告活动持续的时间过长或者过短都会对公司造成不必要的损失,因此这篇论文对于一场广告活动的最佳持续时间进行研究,利用信息扩散理论和蒙特卡罗模拟建立模型,使得目标函数最大化,即公司获得的总利润最大化。

信息扩散理论是传播效果研究的经典理论之一。当下,信息扩散理论已经应用于各行各业,例如,经济学、法学、教育学、管理学以及医学等。对于广告这个领域来说,无论是哪种形式的广告,都离不开信息扩散理论。因为广告自然是依赖于目标受众的,广告主希望自己在媒体载体上投放的广告被更多的人群看到,从而让这部分人群对自己的产品产生兴趣,进而让这些潜在消费者购买自己的产品或服务。又因为社会是连通的,无时无刻不在进行信息扩散,在广告主发布广告出售产品或服务的过程中,自然也伴随着信息扩散。因此这篇论文以信息扩散理论为基础,将特定群体的扩散系数引入到模型中,是合理且有意义的。这篇论文选用的建模方法是蒙特卡罗模拟。蒙特卡罗模拟是计算数学的一个分支,它能够帮助学者们从数学上表述一些非常复杂的相互作用。蒙特卡罗模拟

以其原理简单以及计算快速的优势在很多领域都有着广泛的应用,例如,宏观经济学、生物医学、计算物理学等。

第二,对传统广告领域的问题进行研究仍有重要意义。在互联网、大数据、云计算等高速发展的大背景下,新媒体广告正迅速崛起、蓬勃发展,新媒体广告具有覆盖面更广、传播速度更快的优势,这无疑为广告业与广告学术研究的创新发展带来了新的发展机遇,也有效地解决了一些之前传统广告无法解决的难题。在大数据的驱动下,计算广告、智能广告已经成为广告学术研究的热点话题。但是实际上,对于以电视、广播以及报纸等媒体作为载体进行传播的传统广告来说,其仍然没有退出历史舞台,对传统广告的营销进行相关研究,仍有重大意义。我们不得不承认,近几年来,中国广告业发生了巨大的变化,从总体上来看,数字营销与计算广告越来越成为主流,而传统的广告被认为是已经不合时宜,但是我们翻译的这篇论文,其实是基于传统广告行业领域的一项研究,我们想与国内学者们分享的主要有两方面内容:一方面是在人工智能、大数据、云计算进入广告领域形成计算广告之前,在西方国家,计算广告的方式或者说是思维其实一直是存在的。所以我们今天所谓的精准营销、精准投放等等这样的一些说法,在西方的广告领域当中也一直是存在的。另一方面是各行各业都在发展,广告行业的从业者也在不断的创新,所以我们的学术研究不应该停滞不前,而应顺应时代的发展,以对传统广告营销的研究为起点,把利用的定量方法与数理方法等数学方法与思维逐步应用于如今的新媒体广告营销领域。这同样是我们未来研究的目标。

第三,广告与数学的融合将成为未来的热点主题。换句话说,在今后的研究中,将出现越来越多的利用纯数学的方法研究以广告为主题的论文。作为最初从基础数学专业出身的人,我学习过很多数学公式的推导以及定理的证明,最重要的是形成了一种数学思维,这给我后面其他课程的学习提供了很大的帮助。因此,我深知数学这门学科它的基础性与不可替代性。如今广告业和广告学术研究的发展,主要是基于互联网的发展而形成的一种新的样式,但是互联网的发展最主要是基于计算机技术,而计算机技术的发展主要是依赖于数学。因此,也就应了那句话——数学是所有自然学科的基础,任何一个学科的发展都离不开数学。换句话说,数学其实是我们学习任何其他学科以及众多学科不断发展的基础。从科学性的角度来看,数学是基础科学,如果说科学的性质是归纳与演绎,那么数学就是归纳与演绎的工具。上面说数学是一切学科的基础,原因也就在此。再从学术性的角度来看,任何一个学科一旦与数学进行融合,借助了数学的思想,也就具备了其顶层性和规范性。同时数学作为一种工具,还能够简化运算,甚至将以前不能进行的运算通过某个数学定理来实现。

最后,希望国内的学术刊物能够给广告与数学方法交叉融合领域的这类论文更多的机会。我们翻译的这篇论文选自美国的学术刊物《应用数学和计算》(*Applied Mathematics and Computation*),其侧重于系统科学理论与应用研究,刊载利用计算机技术和数学方法解决应用问题的研究论文和评论。因此我们认为,从这篇论文原文发表的空间这个角度来看,也可以作为一种借鉴。换而言之,在我国的广告领域,并且是偏向于学术研究方面的论文,可以选择发表的期刊是非常有限的,一些知名的广告学刊物刊载的论文大都还是以定性分析为主的,数学方法及公式占篇幅较大的论文,其生存空间非常有限。但是,我们注意到这篇论文是发表在偏数学与计算机相关的刊物上的,从而对比国内,除广告之外的其他领域的学术刊物,鲜少刊载以广告为主题的学术论文,因此我们希望国内的学术刊物给这个新领域更大的发展空间,这也是我们选择将这篇论文译为中文发表的原因之一。

(注:本文最初由 Eyüp Çetin 发表在 *Applied Mathematics and Computation*, 原题为 *Determining the Optimal Duration of an Advertising Campaign Using Diffusion of Information*, 经与作者沟通授权后,译为中文刊发。)

参考文献:

- [1] H. Arsham, D. Dianich. Consumer Buying Behavior and Optimal Advertising Strategy: the Quadratic Profit Function

- Case. *Computers and Operations Research*, 1988, 15(4) : 299-310.
- [2] P. V. (Sundar) Balakrishnan, N. G. Hall. A Maximin Procedure for the Optimal Insertion Timing of ad Executions. *European Journal of Operational Research*, 1995, 85(2) : 368-382.
- [3] P. J. Danaher, R. T. Rust. Determining the Optimal Return on Investment for an Advertising Campaign. *European Journal of Operational Research*, 1996, 95(3) : 511-521.
- [4] H. Arsham. A Markovian model of Consumer Buying Behavior and Optimal Advertising Pulsing Policy. *Computers & Operations Research*, 1993, 20(1) : 35-48.
- [5] A. S. Belenky. An Approach to Planning an Advertising Campaign of Goods and Services, *Computers and Mathematics with Applications*, 2001, 42(6) : 993-1008.
- [6] A. S. Belenky, I. Belenkii. Optimization of Planning an Advertising Campaign of Goods and Services. *Mathematical and Computer Modelling*, 2002, 35(13) : 1391-1403.
- [7] P. K. Korgaonkar, D. N. Bellenger, A. E. Smith. Successful Industrial Advertising Campaigns. *Industrial Marketing Management*, 1986, 15(2) : 123-128.
- [8] R. J. Johnston. Information Flows and Votes: an Analysis of Local Campaign Spending in England, 1983. *Geoforum*, 1986, 17(1) : 69-79.
- [9] E. A. Chatman. Diffusion Theory and Test of Conceptual Model in Information Diffusion. *Journal of the American Society for Information Science*, 1986, 37(6) : 377-386.
- [10] J. B. Oskam, J. C. Hudson. Media Preference and Believability among Rural Respondents for News and Advertising Information. *The Social Science Journal*, 1999, 36(2) : 285-298.
- [11] G. Bjaras, L. K. Harberg, J. Sydhoff, et al. Walking Campaign: A Model for Developing Participation in Physical Activity? Experiences from Three Campaign Periods of the Stockholm Diabetes Prevention Program (SDPP). *Patient Education and Counseling*, 2001, 42(1) : 9-14.
- [12] M. K. Oh, D. M. Grimley, J. S. Merchant, et al. Mass Media as a Population-level Intervention Tool for Chlamydia Trachomatis Screening: Report of a Pilot Study. *Journal of Adolescent Health*, 2002, 31(1) : 40-47.
- [13] I. Tonks. The Demand for Information and the Diffusion of a New Product. *International Journal of Industrial Organization*, 1986, 4(4) : 397-408.
- [14] K. W. King, L. N. Reid, S. F. Tinkham, et al. The Perceived Informativeness of National and Retail Advertising. *Current Issues and Research in Advertising*, 1987, 10(1) : 173-198.
- [15] E. F. Larkin. Consumer Perceptions of the Media and their Advertising Content. *Journal of Advertising*, 1979, 8(2) : 5-7.
- [16] D. A. Bekerian, A. D. Baddeley. Saturation Advertising and the Repetition Effect. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 1980, 19(1) : 17-25.
- [17] K. Sznajd-Weron, R. Weron. How Effective is Advertising in Duopoly markets? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2003, 324(1-2) : 437-444.
- [18] M. Thompson. Information Diffusion in Populations with Immigration. *Information Sciences*, 1979, 17(2) : 113-130.
- [19] Karmeshu. Time Lag in a Diffusion Model of Information. *Mathematical Modelling*, 1982, 3(2) : 137-141.
- [20] C. H. Edwards, D. E. Penny. *Calculus and Analytical Geometry Fifth Edition*. Prentice-Hall, Sydney, 1998.
- [21] A. C. Chiang. *Fundamental Methods of Mathematical Economics Third Edition*. McGraw-Hill, New York, 1984.
- [22] L. Grosset, B. Viscolani. Optimal Dynamic Advertising with an Adverse Exogenous Effect on Brand Goodwill. *Automatica*, 2008, 45(4) : 863-870.
- [23] D. Favaretto, L. Grosset, B. Viscolani. Advertising a Social Event in a Heterogeneous Market. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, 2016, 19(5-6) : 999-1014.
- [24] L. Grosset, B. Viscolani. Advertising in a Vaccination Campaign: A Variable Time Control Problem. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, 2020, 23(6) : 1197-1211.
- [25] L. Grosset, B. Viscolani. A Dynamic Advertising Model in a Vaccination Campaign. *Central European Journal of Operations Research*, 2021, 29(2) : 737-751.

Determining the Optimal Duration of an Advertising Campaign Based on Diffusion of Information

Eyüp Çetin (Istanbul University)

Abstract: This study developed a mathematical model to determine the optimal duration of an advertising campaign based on diffusion of information in a social group. As a preparation, diffusion of information is optimized. It is surprising that optimal time for information diffusion is independent of population size. A hypothetical example for the developed model is solved by spreadsheets. The diffusion coefficient is first obtained via Monte Carlo simulation rather than classical differential equation solution. Then, the developed model, which has an objective of total profit, is solved as both an unconstrained optimization and an integer nonlinear programming model. The optimal timing depends on diffusion coefficient, population size, ad cost per time unit, unit price and discount rate. Optimal timing is a time point that the discount line and the growth rate curve of the objective function intersect. As the discount rate increases, optimal time decreases.

Key words: optimization of information diffusion; discounting; Monte Carlo simulation; integer programming; spreadsheet modeling

■ 收稿日期: 2021-03-17

■ 作者单位: Eyüp Çetin, 伊斯坦布尔大学工商管理学院; 土耳其伊斯坦布尔 34320

■ 译者单位: 张方圆, 中国传媒大学数据科学与智能媒体学院; 北京 100020

丁俊杰, 中国传媒大学广告学院

吴正鹏, 中国传媒大学数据科学与智能媒体学院

■ 责任编辑: 刘金波